Journal of Health, Education, Economics, Science, and Technology (J-HEST)
Volume 8 Nomor 2 Juni 2026 Hal. 306 - 317
e-ISSN:2685-1792

Penerapan Metode Gauss-Seidel dalam Penentuan Koefisien-koefisien Regresi Linear Berganda pada Data Industri

Muhammad Asghar Nazal[1*], Supiyanto[2]
[1,2]Program Studi Sistem Informasi, Universitas Cenderwasih
Email: asghar.nazalm@gmail.com

ABSTRACT
The Gauss-Seidel Iteration Method is one of the numerical methods used to find solutions to a system of linear equations. One application of the Gauss-Seidel Iteration Method is that it can be used to determine the value of multiple linear regression coefficients. Multiple linear regression is used to model the relationship between dependent and independent variables in the form of a model $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_k x_k$ *with* $\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_k$, *are constant coefficients of the model. Where the value of* $\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_k$ *can only be determined if the entire value of* y_i *and* x_{m1} *is known, with* $m = 1, 2, 3, \ldots, k$ *and* $i = 1, 2, 3, \ldots, n$. *The research results indicate that the Gauss-Seidel method successfully yielded convergent regression coefficients after several iterations. The resulting regression equation effectively represents the relationship between the rayon whiteness variable and the six observed independent variables. These findings demonstrate that the Gauss-Seidel method can serve as an efficient alternative for solving the system of normal equations in multiple linear regression.*

Keywords*: Gauss–Seidel Iteration, Least Squares Method, Multiple Linear Regression.*

ABSTRAK
Metode Iterasi Gauss-Seidel merupakan salah satu metode dalam metode numerik yang digunakan untuk mencari solusi dari sebuah sistem persamaan linear. Salah satu penerapan dari Metode Iterasi Gauss-Seidel ini adalah dapat digunakan untuk menentukan nilai dari koefisien-koefisien regresi linear berganda. Regresi linear berganda digunakan untuk memodelkan hubungan antara variabel terikat dan variabel bebas dalam bentuk model $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_k x_k$ dengan $\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_k$, adalah koefisien konstanta dari model. Di mana nilai $\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_k$ hanya dapat ditentukan jika diketahui keseluruhan nilai dari y_i dan x_{m1}, dengan m=1,2,3,…,k dan i=1,2,3,…,n. Hasil penelitian menunjukkan bahwa Metode Gauss-Seidel berhasil memperoleh koefisien regresi yang konvergen setelah beberapa iterasi. Persamaan regresi yang diperoleh mampu merepresentasikan hubungan antara variabel keputihan rayon dan enam variabel bebas yang diamati. Hasil tersebut menunjukkan bahwa Metode Gauss-Seidel dapat digunakan sebagai alternatif penyelesaian sistem persamaan normal regresi linear berganda secara efisien.

Kata Kunci: Iterasi Gauss-Seidel, Metode Kuadrat Terkecil, Regresi Linear Berganda.

PENDAHULUAN

Regresi merupakan suatu metode analisis statistika yang mempelajari pola hubungan antara dua variabel yaitu satu variabel bebas yang biasa disimbolkan dengan x dan satu variabel terikat yang disimbolkan dengan y (Glemser & Schwabe, 2026). Kenyataannya sering dijumpai sebuah kejadian yang dipengaruhi oleh lebih dari satu variabel bebas, maka dikembangkanlah regresi linear berganda (Zhang et al., 2023).

Regresi linear berganda adalah perluasan dari regresi linear sederhana, yang mempunyai lebih dari satu variabel bebas x. Regresi linear berganda digunakan untuk memodelkan hubungan antara variabel terikat dan variabel bebas dalam bentuk model $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_k x_k$. Nilai $\beta_0, \beta_1, \ldots \beta_k$, dikenal sebagai parameter atau koefisien dari model. Nilai-nilainya hanya dapat ditentukan jika keseluruhan nilai dari variabel x dan variabel y diketahui.(Arisandi et al., 2021;

Glemser & Schwabe, 2026; Zhang et al., 2023).

Banyak metode yang dapat digunakan untuk menentukan nilai koefisien β_0, $\beta_1, \dots, \beta_k$, pada persamaan regresi linear berganda seperti Metode Numerik dan Metode Matriks. Jika dalam sebuah data hanya terdapat dua atau tiga variabel bebas maka pengerjaan cukup sederhana dengan menggunakan metode matriks untuk menentukan nilai koefisien β_0, $\beta_1, \dots, \beta_k$. Namun jika dalam sebuah data terdapat tiga atau lebih variabel bebas maka untuk menentukan koefisien β_0, $\beta_1, \dots, \beta_k$ dengan metode matriks tersebut kurang efisien dan akan menghabiskan banyak waktu dalam pengerjaannya.(Castillo & Haddock, 2025; Niu & Zheng, 2021).

Metode numerik merupakan suatu teknik penyelesaian yang diformulasikan secara matematis dengan cara operasi perhitungan dan dilakukan secara berulang-ulang yang dapat dilakukan dengan bantuan komputer. Sehingga metode numerik lebih efisien dari pada metode matriks dalam menentukan koefisien β_0, $\beta_1, \dots, \beta_k$ pada sebuah data dengan variabel bebasnya tiga atau lebih variabel (Bai et al., 2021).

Dalam metode numerik ada beberapa metode iterasi yang dapat digunakan untuk memecahkan perhitungan dalam menentukan nilai parameter β_0, $\beta_1, \dots, \beta_k$ pada persamaan regresi linear berganda seperti Metode Iterasi Jacobi dan Metode Iterasi Gauss-Seidel. Kecepatan dalam menetukan solusi pada iterasi Gauss-Seidel lebih cepat dibandingkan Jacobi karena nilai x_i yang baru dihasilkan segera dipakai pada persamaan berikutnya untuk menentukan nilai x_{i+1} yang lainnya (Bai et al., 2021; Niu & Zheng, 2021).

Beberapa penelitian sebelumnya telah membahas regresi linear berganda menggunakan pendekatan matriks maupun perangkat lunak statistik. Akan tetapi, kajian mengenai pemanfaatan metode iteratif numerik, khususnya Metode Gauss-Seidel, dalam menentukan koefisien regresi linear berganda masih relatif terbatas. Oleh karena itu penelitian ini dilakukan untuk menunjukkan bahwa Metode Gauss-Seidel dapat digunakan sebagai alternatif penyelesaian sistem persamaan normal regresi linear berganda secara efektif.

Berdasarkan uraian tersebut maka dapat dirumuskan permasalahan yang dibahas adalah bagaimana cara mencari nilai koefisien-koefisien pada persamaan regresi linear berganda menggunakan Metode Gauss-Seidel.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian kuantitatif dengan pendekatan komputasi numerik yang bertujuan menentukan nilai koefisien regresi linear berganda menggunakan Metode Gauss-Seidel. Metode ini dipilih karena mampu menyelesaikan sistem persamaan linear secara iteratif sehingga lebih efisien untuk data yang memiliki banyak variabel bebas (Wright, 2021).

Data Penelitian

Data yang digunakan merupakan data numerik yang terdiri atas satu variabel terikat (y) dan beberapa variabel bebas $x_1, x_2, \dots x_k$.Data kemudian disusun dalam bentuk matriks untuk membentuk persamaan normal regresi linear berganda.

Model regresi linear berganda dinyatakan sebagai

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_k x_k + \varepsilon$$

dengan:
y = variabel terikat,
x_i = variabel bebas,
β_i = koefisien regresi,
ε = galat (error).

Koefisien regresi diperoleh melalui penyelesaian persamaan normal menggunakan metode iteratif Gauss-Seidel.

Tahapan Penelitian

Tahapan penelitian dilakukan sebagai berikut.
1. Mengumpulkan data penelitian.
2. Menentukan variabel dependen dan variabel independen.
3. Menyusun model regresi linear berganda.
4. Membentuk persamaan normal dalam bentuk matriks.
5. Mengubah sistem persamaan menjadi bentuk iterasi Gauss-Seidel.
6. Menentukan nilai awal setiap parameter.
7. Melakukan proses iterasi hingga memenuhi kriteria konvergensi.

8. Menentukan nilai koefisien regresi.
9. Menyusun persamaan regresi linear berganda.
10. Melakukan interpretasi hasil.

Pembentukan Persamaan Normal
Persamaan regresi linear berganda dibentuk menggunakan metode kuadrat terkecil (*Ordinary Least Squares*) (Walpole & Myers, 1995), Persamaan normal dapat dituliskan sebagai

$$(x^t x)\beta = x^t y$$

dengan
x = matriks variabel bebas,
y = vektor variabel terikat,
β= vektor koefisien regresi.

Selanjutnya sistem persamaan tersebut diselesaikan menggunakan metode iterasi Gauss-Seidel.(Montgomery et al., 2021)

Metode Gauss-Seidel
Metode Gauss-Seidel merupakan metode iteratif yang digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linear

$$Ax = b$$

dengan

$$A = D + L + U$$

di mana:
D = matriks diagonal,
L = matriks segitiga bawah,
U = matriks segitiga atas.

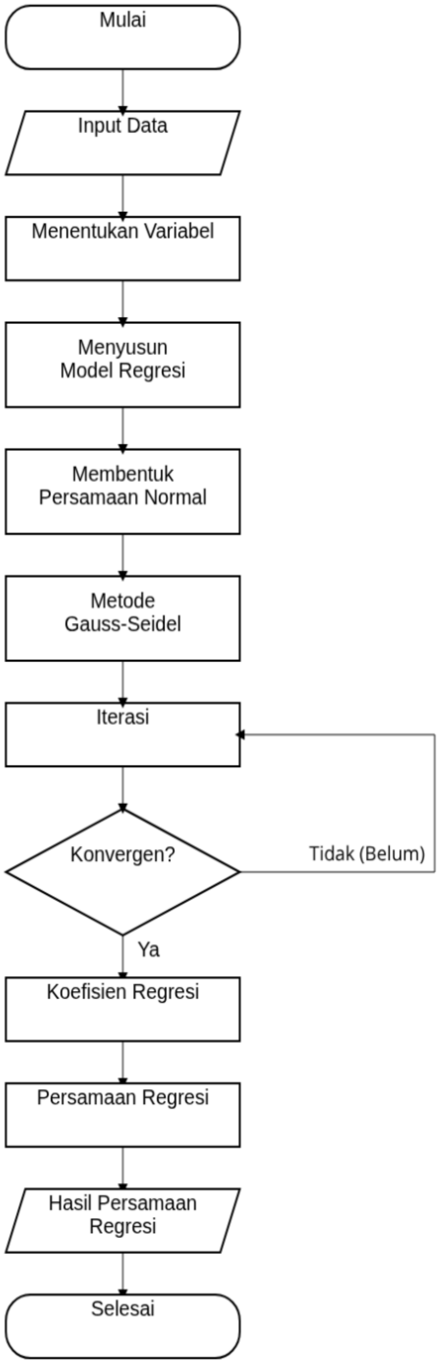
Proses iterasi dilakukan menggunakan persamaan

$$x_i^{(k+1)} = \frac{1}{a_{ii}}\left(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^{i-1} a_{ij}x_j^{(k)}\right)$$

Iterasi dihentikan apabila galat memenuhi

$$\left|x^{(k+1)} - x^k\right| < \varepsilon$$

dengan ε sebagai toleransi kesalahan yang telah ditentukan.



Gambar 1. Diagram Alir Penelitian

Metode Gauss-Seidel dipilih karena memiliki laju konvergensi yang lebih cepat dibandingkan metode Jacobi. Pada metode ini, nilai hasil iterasi terbaru langsung digunakan pada perhitungan berikutnya sehingga jumlah iterasi yang diperlukan untuk mencapai konvergensi cenderung lebih sedikit dibandingkan metode Jacobi (Ihsan et al., 2024; Küçük et al., 2025). Selain itu, metode Gauss-Seidel telah terbukti efektif dalam menyelesaikan sistem persamaan linear dan permasalahan least-squares secara iteratif dengan tingkat efisiensi yang baik (Niu & Zheng, 2021).

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil

Langkah-langkah Mencari Nilai Koefisien-koefisien Linear Berganda dengan Menggunakan Metode Gauss-Seidel
Misalkan diberikan sebuah data dalam sebuah Tabel 1 sebagai berikut.

Tabel 1. Bentuk Umum

y	x_1	x_2	...	x_k
y_1	x_{11}	x_{21}	...	x_{k1}
y_2	x_{12}	x_{22}	...	x_{k2}
y_3	x_{13}	x_{23}	...	x_{k3}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	...	$\vdots$
y_n	x_{1n}	x_{2n}	...	x_{kn}

maka langkah-langkah dalam mencari koefisien-koefisien regresi linear berganda menggunakan Metode Gauss-Seidel sebagai berikut,

1. Mencari nilai-nilai jumlahan di bawah ini dari data Tabel 1

$$\sum_{i=1}^{n} y_i,\ \sum_{i=1}^{n} x_{1i},\ \sum_{i=1}^{n} x_{2i},\ \dots,\ \sum_{i=1}^{n} x_{ki}$$
$$\sum_{i=1}^{n} x_{1i}x_{1i},\ \sum_{i=1}^{n} x_{1i}x_{2i},\ \dots,\ \sum_{i=1}^{n} x_{1i}x_{ki}$$
$$\sum_{i=1}^{n} x_{2i}x_{1i},\ \sum_{i=1}^{n} x_{2i}x_{2i},\ \dots,\ \sum_{i=1}^{n} x_{2i}x_{ki}$$
$$\sum_{i=1}^{n} x_{1i}y_i,\ \sum_{i=1}^{n} x_{2i}y_i,\ \dots,\ \sum_{i=1}^{n} x_{ki}y_i$$

2. Membentuk sebuah sistem persamaan linear dari suatu data dengan menggunakan Metode Kuadrat Terkecil

$$\sum_{i=1}^{n} \hat{y}_i = nb_0 + b_1\sum_{i=1}^{n} x_{1i} + b_2\sum_{i=1}^{n} x_{2i} + \cdots + b_k\sum_{i=1}^{n} x_{ki}$$
$$\sum_{i=1}^{n} x_{1i}\hat{y}_i = b_0\sum_{i=1}^{n} x_{1i} + b_1\sum_{i=1}^{n} {x_{1i}}^2 + b_2\sum_{i=1}^{n} x_{1i}x_{2i} + \cdots + b_k\sum_{i=1}^{n} x_{1i}x_{ki}$$
$$\sum_{i=1}^{n} x_{2i}\hat{y}_i = b_0\sum_{i=1}^{n} x_{2i} + b_1\sum_{i=1}^{n} x_{2i}x_{1i} + b_2\sum_{i=1}^{n} {x_{2i}}^2 + \cdots + b_k\sum_{i=1}^{n} x_{2i}x_{ki}$$
$$\vdots$$
$$\sum_{i=1}^{n} x_{ki}\hat{y}_i = b_0\sum_{i=1}^{n} x_{ki} + b_1\sum_{i=1}^{n} x_{ki}x_{1i} + b_2\sum_{i=1}^{n} x_{ki}x_{2i} + \cdots + b_k\sum_{i=1}^{n} {x_{ki}}^2$$

dengan k = jumlah variabel bebas pada data

3. Nilai-nilai jumlahan yang diperoleh pada Langkah (1) disubstitusikan pada sistem persamaan pada langkah (2)
4. Kemudian mengubah sistem persamaan yang baru pada Langkah (3) menjadi persamaan untuk mencari $b_0, b_1, b_2, \ldots, b_k$

$$b_0 = \frac{\sum_{i=1}^{n} \hat{y}_i - b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} - b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{2i} - \cdots - b_k \sum_{i=1}^{n} x_{ki}}{n}$$

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_{1i}\hat{y}_i - b_k \sum_{i=1}^{n} x_{1i}x_{ki} - \cdots - b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{1i}x_{2i} - b_0 \sum_{i=1}^{n} x_{1i}}{\sum_{i=1}^{n} {x_{1i}}^2}$$

$$b_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_{2i}\hat{y}_i - b_k \sum_{i=1}^{n} x_{2i}x_{ki} - \cdots - b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{2i}x_{1i} - b_0 \sum_{i=1}^{n} x_{2i}}{\sum_{i=1}^{n} {x_{2i}}^2}$$

dan seterusnya hingga b_k

$$b_k = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_{ki}\hat{y}_i - \cdots - b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{ki}x_{2i} - b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{ki}x_{1i} - b_0 \sum_{i=1}^{n} x_{ki}}{\sum_{i=1}^{n} {x_{ki}}^2}$$

5. Selanjutnya menggunakan Metode Iterasi Gauss-Seidel dalam menentukan nilai koefisien-koefisien $b_0, b_1, b_2, \ldots, b_k$.

Contoh Kasus

Putihnya rayon merupakan faktor yang penting bagi peniliti dalam mutu serat. Keputihan dipengaruhi oleh kualitas bubur kayu (pulp) dan peubah lainnya yang ikut dalam proses. Beberapa dari peubah itu adalah: suhu dari rendaman asam, $°C(x_1)$; konsentrasi asam kaskada, $\%(x_2)$; suhu air, $°C(x_3)$; konsentrasi sulfida, $\%(x_4)$; banyaknya kor pemutih, pon/ menit (x_5); suhu lembaran yang telah selesai, $°C(x_6)$. Data berikut diambil dari berbagai jenis rayon. Respon y menyatakan ukuran putihnya rayon.

Tabel 2. Pengaruh Faktor Suhu Rendaman Asam, Konsentrasi Asam Kaskada, Suhu Air, Konsentrasi Sulfida, Kor Pemutih, dan Suhu Lembaran yang telah selesai, terhadap putihnya rayon

y	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
88.7	43	0.211	85	0,243	0,606	48
89,3	42	0,604	89	0,237	0,600	55
75,5	47	0,450	87	0,198	0,527	61
92,1	46	0,641	90	0,194	0,500	65
83,4	52	0,370	93	0,198	0,485	54
44,8	50	0,526	85	0,221	0,533	60
50,9	43	0,486	83	0,203	0,510	57
78,0	49	0,504	93	0,279	0,489	49
86,8	51	0,609	90	0,220	0,462	64
47,3	51	0,702	86	0,198	0,478	63
53,7	48	0,397	92	0,231	0,411	61
92,0	46	0,488	88	0,211	0,387	88
87,9	43	0,525	85	0,199	0,437	63
90,3	45	0,486	84	0,189	0,499	58
94,2	53	0,527	87	0,245	0,530	65
89,5	47	0,601	95	0,208	0,500	67

Sumber: Walpole dan Myers, 1995 (Walpole, 1988).

Akan dicari nilai koefisien-koefisien x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, dan x_6 untuk membentuk persamaan regresi berikut

$$\hat{y}_i = b + b_1 x_{1i} + b_2 x_{2i} + b x_3 + b_2 x_4 + b_2 x_5 + b_2 x_6$$

Penyelesaian:
Dari data pada Tabel 2 diperoleh nilai-nilai jumlahan sebagai berikut

$$n = 16, \ \sum_{i=1}^{n} x_{1i} = 756, \ \sum_{i=1}^{n} x_{2i} = 8{,}127,$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{3i} = 1412, \ \sum_{i=1}^{n} x_{4i} = 3{,}474, \ \sum_{i=1}^{n} x_{5i} = 7{,}954,$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{6i} = 978, \sum_{i=1}^{n} y_i = 1244{,}4, \sum_{i=1}^{n} {x_{1i}}^2 = 3590,$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{1i} x_{2i} = \sum_{i=1}^{n} x_{2i} x_{1i} = 385{,}199,$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{1i} x_{3i} = \sum_{i=1}^{n} x_{3i} x_{1i} = 66785,$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{1i}\, x_{4i} = \sum_{i=1}^{n} x_{4i} x_{1i} = 164{,}314,$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{1i}\, x_{5i} = \sum_{i=1}^{n} x_{5i} x_{1i} = 375{,}094,$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{1i} x_{6i} = \sum_{i=1}^{n} x_{6i} x_{1i} = 46257,$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{1i} y_i = 58628{,}3, \ \sum_{i=1}^{n} {x_{2i}}^2 = 4{,}337,$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{2i}x_{3i} = \sum_{i=1}^{n} x_{3i}x_{2i} = 717{,}904,$$
$$\sum_{i=1}^{n} x_{2i}\,x_{4i} = \sum_{i=1}^{n} x_{4i}x_{2i} = 1{,}755,$$
$$\sum_{i=1}^{n} x_{2i}\,x_{5i} = \sum_{i=1}^{n} x_{5i}x_{2i} = 4{,}023,$$
$$\sum_{i=1}^{n} x_{2i}x_{6i} = \sum_{i=1}^{n} x_{6i}x_{2i} = 502{,}549,$$
$$\sum_{i=1}^{n} x_{2i}y_i = 629{,}883, \quad \sum_{i=1}^{n} {x_{3i}}^2 = 124806,$$
$$\sum_{i=1}^{n} x_{3i}\,x_{4i} = \sum_{i=1}^{n} x_{4i}x_{3i} = 306{,}943,$$
$$\sum_{i=1}^{n} x_{3i}\,x_{5i} = \sum_{i=1}^{n} x_{5i}x_{3i} = 701{,}203,$$
$$\sum_{i=1}^{n} x_{3i}x_{6i} = \sum_{i=1}^{n} x_{6i}x_{3i} = 86323,$$
$$\sum_{i=1}^{n} x_{3i}y_i = 110058{,}4, \quad \sum_{i=1}^{n} {x_{4i}}^2 = 0{,}763,$$
$$\sum_{i=1}^{n} x_{4i}\,x_{5i} = \sum_{i=1}^{n} x_{5i}x_{4i} = 1{,}733,$$
$$\sum_{i=1}^{n} x_{4i}x_{6i} = \sum_{i=1}^{n} x_{6i}x_{4i} = 211{,}154,$$
$$\sum_{i=1}^{n} x_{4i}y_i = 270{,}575, \quad \sum_{i=1}^{n} {x_{5i}}^2 = 4{,}005,$$
$$\sum_{i=1}^{n} x_{5i}x_{6i} = \sum_{i=1}^{n} x_{6i}x_{5i} = 481{,}168,$$
$$\sum_{i=1}^{n} x_{5i}y_i = 620{,}133, \quad \sum_{i=1}^{n} {x_{6i}}^2 = 61018,$$
$$\sum_{i=1}^{n} x_{6i}y_i = 76477{,}4$$

Dengan mensubstitusikan nilai-nilai jumlahan yang diperoleh dari data pada Tabel 2 ke dalam bentuk umum sistem persamaan pada Langkah (2) dengan $k = 6$ maka diperoleh Sistem Persamaan berikut

$$16b_0 + 756b_1 + 8{,}127b_2 + 1412b_3 + 3{,}474b_4 + 7{,}954b_5 + 978b_6 = 1244{,}4$$
$$756b_0 + 35906b_1 + 385{,}199b_2 + 66785b_3 + 164{,}314b_4 + 375{,}094b_5 + 46257b_6 = 58628{,}3$$
$$8{,}127b_0 + 385{,}199b_1 + 4{,}337b_2 + 717{,}904b_3 + 1{,}755b_4 + 4{,}023b_5 + 502{,}549b_6 = 629{,}883$$
$$1412b_0 + 66785b_1 + 717{,}904b_2 + 124806b_3 + 306{,}943b_4 + 701{,}203b_5 + 86323b_6 = 110058{,}4$$
$$3{,}474b_0 + 164{,}314b_1 + 1{,}755b_2 + 306{,}493b_3 + 0{,}763b_4 + 1{,}733b_5 + 211{,}154b_6 = 270{,}575$$
$$7{,}954b_0 + 375{,}094b_1 + 4{,}023b_2 + 701{,}203b_3 + 1{,}733b_4 + 4{,}005b_5 + 481{,}168b_6 = 620{,}133$$

$$978b_0 + 46257b_1 + 502{,}549b_2 + 86323b_3 + 211{,}154b_4 + 481{,}168b_5 + 61018b_6 = 76477{,}4$$

Sistem persamaan linear di atas dapat ditulis kembali menjadi bentuk

$$b_0 = \frac{1244{,}4 - 756b_1 - 8{,}127b_2 - 1412b_3 - 3{,}474b_4 - 7{,}954b_5 - 978b_6}{16}$$
$$b_1 = \frac{58628{,}3 - 756b_0 - 385{,}199b_2 - 66785b_3 - 164{,}314b_4 - 375{,}094b_5 - 46257b_6}{35906}$$
$$b_2 = \frac{629{,}883 - 8{,}127b_0 - 385{,}199b_1 - 717{,}904b_3 - 1{,}755b_4 - 4{,}023b_5 - 502{,}549b_6}{4{,}337}$$
$$b_3 = \frac{110058{,}4 - 1412b_0 - 66785b_1 - 717{,}904b_2 - 306{,}943b_4 - 701{,}203b_5 - 86323b_6}{124806}$$
$$b_4 = \frac{270{,}575 - 3{,}474b_0 - 164{,}314b_1 - 1{,}755b_2 - 306{,}493b_3 - 1{,}733b_5 - 211{,}154b_6}{0{,}763}$$
$$b_5 = \frac{620{,}133 - 7{,}954b_0 - 375{,}094b_1 - 4{,}023b_2 - 701{,}203b_3 - 1{,}733b_4 - 481{,}168b_6}{4{,}005}$$
$$b_6 = \frac{76477{,}4 - 978b_0 - 46257b_1 - 502{,}549b_2 - 86323b_3 - 211{,}154b_4 - 481{,}168b_5}{61018}$$

Selanjutnya digunakan Metode Gauss-Seidel untuk mencari b_0, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, dan b_6 yang akan digunakan dalam menduga persamaan regresi linear berganda, dengan langkah-langkah iterasi sebagai berikut.

Perhitungan Iterasi Pertama:
Dalam perhitungan nilai koefisien b_0, dimisalkan nilai awal $b_1 = b_2 = b_3 = b_4 = b_5 = b_6 = 0$, selanjutnya nilai awal tersebut disubstitusikan ke Persamaan b_0

$$\begin{aligned} b_0 &= \frac{1244{,}4 - 756b_1 - 8{,}127b_2 - 1412b_3 - 3{,}474b_4 - 7{,}954b_5 - 978b_6}{16} \\ &= \frac{1244{,}4 - 756(0) - 8{,}127(0) - 1412(0) - 3{,}474(0) - 7{,}954(0) - 978(0)}{16} \\ &= 77{,}77500 \end{aligned}$$

kemudian untuk mencari nilai koefisien b_1, disubstitusikan nilai b_0 yang baru dan diambil nilai koefisien-koefisien $b_2 = b_3 = b_4 = b_5 = b_6 = 0$ ke Persamaan b_1

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{58628{,}3 - 756b_0 - 385{,}199b_2 - 66785b_3 - 164{,}314b_4 - 375{,}094b_5 - 46257b_6}{35906} \\ &= \frac{58628{,}3 - 756(77{,}77500) - 385{,}199(0) - 66785(0) - 164{,}314(0) - 375{,}094(0) - 46257(0)}{35906} \\ &= -0{,}00486 \end{aligned}$$

selanjutnya untuk mencari nilai koefisien b_2, disubstitusikan nilai koefisien-koefisien b_0 dan b_1 yang baru serta diambil nilai $b_3 = b_4 = b_5 = b_6 = 0$ ke Persamaan b_2

$$b_2 = \frac{629{,}883 - 8{,}127b_0 - 385{,}199b_1 - 717{,}904b_3 \\ -1{,}755b_4 - 4{,}023b_5 - 502{,}549b_6}{4{,}337}$$

$$= \frac{629{,}883 - 8{,}127(77{,}77500) - 385{,}199(-0{,}00486) \\ -717{,}904(0) - 1{,}755(0) - 4{,}023(0) - 502{,}549(0)}{4{,}337}$$

$$= -0{,}07409$$

kemudian nilai baru dari koefisien-koefisien b_0, b_1, dan b_2 serta diambil nilai $b_4 = b_5 = b_6 = 0$ disubstitusikan ke Persamaan b_3 untuk mencari nilai koefisien b_3

$$b_3 = \frac{110058{,}4 - 1412b_0 - 66785b_1 - 717{,}904b_2 \\ -306{,}943b_4 - 701{,}203b_5 - 86323b_6}{124806}$$

$$= \frac{110058{,}4 - 1412(77{,}77500) - 66785(-0{,}00486) \\ -717{,}904(-0{,}07409) - 306{,}943(0) - 701{,}203(0) - 86323(0)}{124806}$$

$$= 0{,}00495$$

selanjutnya nilai baru dari koefisien-koefisien b_0, b_1, b_2 dan b_3 serta diambil nilai $b_5 = b_6 = 0$ disubstitusikan ke Persamaan b_4 untuk mencari nilai koefisien b_4

$$b_4 = \frac{270{,}575 - 3{,}474b_0 - 164{,}314b_1 - 1{,}755b_2 \\ -306{,}493b_3 - 1{,}733b_5 - 211{,}154b_6}{0{,}763}$$

$$= \frac{270{,}575 - 3{,}474(77{,}77500) - 164{,}314(-0{,}00486) - \\ 1{,}755(-0{,}07409) - 306{,}493(0{,}00495) - 1{,}733(0) - 211{,}154(0)}{0{,}763}$$

$$= -0{,}27039$$

kemudian untuk mencari b_5, disubstitusikan nilai dari koefisien-koefisien b_0, b_1, b_2, b_3 dan b_4 yang baru serta diambil nilai $b_6 = 0$ ke Persamaan b_5

$$b_5 = \frac{620{,}133 - 7{,}954b_0 - 375{,}094b_1 - 4{,}023b_2 - \\ 701{,}203b_3 - 1{,}733b_4 - 481{,}168b_6}{4{,}005}$$

$$= \frac{620{,}133 - 7{,}954(77{,}77500) - 375{,}094(-0{,}00486) - \\ 4{,}023(-0{,}07409) - 701{,}203(0{,}00495) - \\ 1{,}733(-0{,}27039) - 481{,}168(0)}{4{,}005}$$

$$= 0{,}15702$$

selanjutnya untuk mencari nilai koefisien b_6, disubstitusikan nilai koefisien-koefisien b_0, b_1, b_2, b_3, b_4 dan b_5 yang baru ke Persamaan b_6, sehingga diperoleh

$$b_6 = \frac{76477{,}4 - 978b_0 - 46257b_1 - 502{,}549b_2 - \\ 86323b_3 - 211{,}154b_4 - 481{,}168b_5}{61018}$$

$$= \frac{\begin{array}{c}76477{,}4 - 978(77{,}77500) - 46257(-0{,}00486) \\ -502{,}549(-0{,}07409) - 86323(0{,}00495) - \\ 211{,}154(-0{,}27039) - 481{,}168(0{,}15702)\end{array}}{61018}$$
$$= 0{,}00376$$

Perhitungan Iterasi Kedua:
Pada iterasi kedua, untuk mencari nilai koefisien b_0 disubstitusikan nilai koefisien-koefisien b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 dan b_6 hasil perhitungan pada iterasi pertama ke Persamaan b_0, sehingga diperoleh $b_0 = 77{,}35594$.

kemudian untuk mencari nilai koefisien b_1, disubstitusikan nilai koefisien b_0 yang baru dan nilai koefisien-koefisien b_2, b_3, b_4, b_5 dan b_6 hasil perhitungan pada iterasi pertama ke Persamaan b_1, sehingga diperoleh $b_1 = 0{,}00971$

selanjutnya untuk mencari nilai koefisien b_2, disubstitusikan nilai koefisien-koefisien b_0 dan b_1 yang baru serta nilai koefisien-koefisien b_3, b_4, b_5 dan b_6 hasil perhitungan pada iterasi pertama ke Persamaan b_2, sehingga diperoleh $b_2 = -0{,}15063$

kemudian untuk mencari nilai koefisien b_3, disubstitusikan nilai koefisien-koefisien b_0, b_1 dan b_2 yang baru serta nilai koefisien-koefisien b_4, b_5 dan b_6 hasil perhitungan pada iterasi pertama ke Persamaan b_3, sehingga diperoleh $b_3 = 0{,}00991$

selanjutnya untuk mencari nilai koefisien b_4, disubstitusikan nilai koefisien-koefisien b_0, b_1, b_2 dan b_3 yang baru serta nilai koefisien-koefisien b_5 dan b_6 hasil perhitungan pada iterasi pertama ke Persamaan b_4,.sehingga diperoleh $b_4 = -0{,}53389$

kemudian untuk mencari nilai koefisien b_5, disubstitusikan nilai koefisien-koefisien b_0, b_1, b_2, b_3 dan b_4 yang baru serta nilai koefisien b_6 hasil perhitungan pada iterasi pertama ke Persamaan b_5, sehingga diperoleh $b_5 = 0{,}31450$

selanjutnya untuk mencari nilai koefisien b_6, disubstitusikan nilai koefisien-koefisien b_0, b_1, b_2, b_3, b_4 dan b_5 yang baru ke Persamaan b_6, sehingga diperoleh $b_6 = 0{,}00745$

Demikian seterusnya dilakukan iterasi hingga diperoleh nilai b_0, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, dan b_6 yang tidak berubah atau nilai error yang sama dengan atau menuju nol, sehingga dari perhitungan iterasi diperoleh hasil perhitungan b_0, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, dan b_6 pada Tabel 3.3 sebagai berikut.

Tabel 3. Hasil Konvergensi

Parameter	Nilai Akhir
$\boldsymbol{b_0}$	$b_0 = -171{,}48526$
$\boldsymbol{b_1}$	$b_1 = -1{,}28601$
$\boldsymbol{b_2}$	$b_2 = -28{,}21723$
$\boldsymbol{b_3}$	$b_3 = 2{,}20444$
$\boldsymbol{b_4}$	$b_4 = -5{,}86287$
$\boldsymbol{b_5}$	$b_5 = 136{,}39583$
$\boldsymbol{b_6}$	$b_6 = 1{,}03531$

Sehingga diperoleh Persamaan Regresi Linear Berganda dengan menggunakan Metode Iterasi Gauss-Seidel, sebagai berikut,

$$\begin{aligned}\hat{y} = -171{,}48526 - 1{,}28601x_1 - 28{,}21723x_2 \\ + 2{,}20444x_3 - 5{,}86287x_4 \\ + 136{,}39583x_5 + 1{,}03531x_6\end{aligned}$$

Untuk memverifikasi hasil perhitungan menggunakan Metode Gauss-Seidel, dilakukan analisis regresi linear berganda menggunakan perangkat lunak SPSS. Hasil menunjukkan bahwa nilai koefisien regresi yang diperoleh melalui Metode Gauss-Seidel identik dengan hasil yang diperoleh dari SPSS, dengan selisih yang sangat kecil akibat pembulatan numerik. Temuan ini menunjukkan bahwa Metode Gauss-Seidel mampu menghasilkan estimasi parameter yang akurat dan dapat digunakan sebagai alternatif penyelesaian sistem persamaan normal pada regresi linear berganda.

Tabel 4. Hasil Tabel Koefisien dengan menggunakan aplikasi SPSS

Parameter	Nilai
b_0	-172.674
b_1	-1.262
b_2	-27.973
b_3	2.184
b_4	-5.364
b_5	136.148
b_6	1.040

Pembahasan

Hasil penelitian menunjukkan bahwa Metode Gauss-Seidel mampu menyelesaikan sistem persamaan normal regresi linear berganda secara bertahap melalui proses iterasi. Berbeda dengan metode penyelesaian langsung yang memerlukan invers matriks, metode ini hanya memanfaatkan hasil perhitungan terbaru pada setiap iterasi sehingga proses komputasi menjadi lebih sederhana. Pendekatan tersebut sangat bermanfaat ketika jumlah variabel bebas semakin banyak karena ukuran matriks yang harus diselesaikan juga semakin besar.

Kecepatan konvergensi yang diperoleh pada penelitian ini menunjukkan bahwa metode Gauss-Seidel memiliki stabilitas yang baik dalam menentukan nilai koefisien regresi. Nilai koefisien mengalami perubahan yang cukup besar pada iterasi awal, kemudian secara bertahap menuju nilai tetap hingga memenuhi kriteria konvergensi. Hal ini sesuai dengan karakteristik metode Gauss-Seidel yang menggunakan nilai hasil iterasi terbaru untuk memperoleh pendekatan solusi yang lebih cepat dibandingkan metode iteratif sederhana lainnya.

Dari sisi analisis regresi, koefisien yang diperoleh merupakan estimasi parameter yang memenuhi prinsip Metode Kuadrat Terkecil (*Least Squares Method*). Dengan demikian, walaupun penyelesaian dilakukan secara numerik melalui proses iterasi, model regresi yang dihasilkan tetap memiliki tujuan yang sama yaitu meminimumkan jumlah kuadrat galat antara nilai hasil prediksi dengan data observasi. Oleh karena itu, penggunaan metode Gauss-Seidel tidak mengubah konsep dasar regresi linear berganda, tetapi hanya menggantikan teknik penyelesaian sistem persamaan normal.

Keunggulan lain metode ini adalah efisiensi perhitungan. Penyelesaian menggunakan invers matriks membutuhkan operasi matriks yang relatif kompleks, terutama apabila jumlah variabel bebas semakin banyak. Sebaliknya, metode Gauss-Seidel hanya memerlukan operasi substitusi berulang sehingga lebih mudah diimplementasikan menggunakan perangkat lunak maupun bahasa pemrograman. Hal ini menjadikan metode tersebut sesuai diterapkan pada permasalahan regresi dengan dimensi data yang lebih besar.

Namun demikian, keberhasilan metode Gauss-Seidel dipengaruhi oleh sifat matriks koefisien yang digunakan. Apabila sistem persamaan memenuhi syarat konvergensi, maka proses iterasi akan menghasilkan solusi yang stabil. Sebaliknya, apabila syarat tersebut tidak terpenuhi, proses iterasi dapat berlangsung sangat lambat atau bahkan tidak konvergen. Oleh karena itu, pemeriksaan karakteristik matriks menjadi bagian penting sebelum metode ini diterapkan pada kasus regresi linear berganda.

Hasil penelitian ini sejalan dengan penelitian (Niu & Zheng, 2021) yang menunjukkan bahwa pendekatan Gauss-Seidel efektif digunakan dalam penyelesaian masalah least squares. Selain itu, (Bai et al., 2021) juga menunjukkan bahwa metode berbasis Gauss-Seidel memiliki stabilitas yang baik pada penyelesaian sistem persamaan linear berukuran besar. Temuan tersebut mendukung hasil penelitian ini bahwa Metode Gauss-Seidel dapat digunakan sebagai alternatif penyelesaian sistem persamaan normal pada regresi linear berganda.

KESIMPULAN DAN SARAN

Kesimpulan

Penelitian ini berhasil menerapkan Metode Gauss-Seidel untuk menentukan koefisien regresi linear berganda melalui penyelesaian sistem persamaan normal secara iteratif. Hasil penelitian menunjukkan bahwa metode tersebut mampu menghasilkan koefisien regresi yang konvergen. Selain memberikan solusi yang akurat, Metode Gauss-Seidel juga menawarkan efisiensi komputasi sehingga dapat digunakan sebagai alternatif dalam penyelesaian regresi linear berganda yang melibatkan banyak variabel bebas.

Saran

Bagi pembaca yang tertarik dengan penelitian ini dapat membahas tentang metode-metode lain dalam Metode Numerik dalam kaitannya dengan menentukan nilai koefisien-koefisien Regresi Linear Berganda, seperti Metode Eliminasi Gauss-Jordan, Metode Dekomposisi LU, untuk kemudian dilakukan perbandingan Metode Numerik yang lebih efektif untuk kasus Regresi Linear Berganda.

DAFTAR PUSTAKA

Arisandi, R., Ruhiat, D., & Marlina, E. (2021). Implementasi Ridge Regression untuk Mengatasi Gejala Multikolinearitas. *Jurnal Riset Matematika Dan Sains Terapan*.

Bai, Z., Wang, L., & Wu, W. (2021). A Doubly Stochastic Block Gauss–Seidel Algorithm for Solving Linear Equations. *Applied Mathematics and Computation*. https://doi.org/10.1016/j.amc.2021.126373

Castillo, A., & Haddock, J. (2025). Block Gauss-Seidel Methods for t-Product Tensor Regression. *Numerical Algorithms*. https://doi.org/10.1007/s11075-025-02240-4

Glemser, T., & Schwabe, R. (2026). D-Optimal Subsampling Design for Multiple Linear Regression on Massive Data. *Statistics and Computing*. https://doi.org/10.1007/s11222-026-10834-8

Ihsan, H., Wahyuni, M. S., & Waode, Y. S. (2024). *Penerapan Metode Iterasi Jacobi dan Gauss-Seidel dalam Menyelesaikan Sistem Persamaan Linear Kompleks*. *7*(1), 34–54.

Küçük, A. Z., Karaca, B., & Kose, B. (2025). Iterative Solutions for Certain Complex Coefficient Linear Systems : Jacobi and Gauss- Seidel Methods. *Journal of Quantum Technologies and Informatics Research*, *3*(1), 1–14. https://doi.org/10.70447/ktve.2786

Montgomery, D. C., Peck, E. A., & Vining, G. G. (2021). *Introduction to Linear Regression Analysis* (6th (ed.)). Wiley.

Niu, Y., & Zheng, B. (2021). A New Randomized Gauss–Seidel Method for Solving Linear Least-Squares Problems. *Applied Mathematics Letters*. https://doi.org/10.1016/j.aml.2021.107057

Walpole, R. E. (1988). *Pengantar Statistik* (Ketiga). PT. Gramedia.

Walpole, R. E., & Myers, R. H. (1995). *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan* (Keempat). Institut Teknologi Bandung.

Wright, S. J. (2021). *Numerical Optimization* (3rd ed.). Springer.

Zhang, J., Rardin, R. L., & Chimka, J. R. (2023). Budget Constrained Model Selection for Multiple Linear Regression. *Communications in Statistics – Simulation and Computation*. https://doi.org/10.1080/03610918.2021.1991956